

MATEMÁTICAS II

(Responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1=3 puntos, exercicio 2=3 puntos, exercicio 3=2 puntos, exercicio 4=2 puntos)

OPCIÓN A

1. Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} m & m & m^2 \\ 1 & m^2 & m^2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
 - a) Estuda, segundo os valores de m , o rango da matriz A .
 - b) Resolve, se é posible, o sistema $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ para o valor $m = 1$.

2. Dados os puntos $A(3,0,2)$, $B(1,-2,0)$, $C(1,-1,3)$ e $D(\lambda, \lambda - 2, -\lambda)$
 - a) Determina o valor de λ para que A, B, C e D sexan coplanarios. ¿Para algún valor de λ son A, B, C e D vértices dun paralelogramo?
 - b) Calcula as ecuacións paramétricas do plano π que pasa polo punto C e é perpendicular á recta r que pasa polos puntos A e B .

3. a) Enuncia o teorema de Bolzano. Probar que a función $f(x) = x^3 + 2x - 4$ corta o eixe OX algún punto do intervalo $[1,2]$ ¿Pode cortalo en máis dun punto?
- b) Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x+2}{x^2+x+2} \right)^{1/x^2}$

4. Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola parábola $y = 3x - x^2$ e a súa recta normal no punto $(3,0)$. (Nota: para o debuxo das gráficas, indicar os puntos de corte cos eixes, o vértice da parábola e a concavidade ou convexidade).

OPCIÓN B

1. Dado o sistema

$$\begin{aligned} x - 2y + 3z &= 5 \\ x - 3y + 2z &= -4 \end{aligned}$$
 - a) Calcula o valor de α para que ao engadirle a ecuación $ax + 3y + z = 9$, resulte un sistema compatible indeterminado. Resólveo, se é posible, para $\alpha = 0$.
 - b) ¿Existe algún valor de α para o cal o sistema con estas 3 ecuacións non ten solución?

2. a) Se $|\vec{v}| = 6$, $|\vec{w}| = 10$ e $|\vec{v} + \vec{w}| = 14$, calcula o ángulo que forman os vectores \vec{v} e \vec{w} .
- b) Calcula as ecuacións paramétricas e a ecuación xeral do plano que pasa polos puntos $A(-1,5,0)$ e $B(0,1,1)$ e é paralelo á recta

$$r: \begin{cases} 3x + 2y - 3 = 0 \\ 2y - 3z - 1 = 0 \end{cases}$$

3. a) Determina os valores de a para que a función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} a - x^2 & \text{se } x \leq 1 \\ \frac{2}{ax} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$
 sexa continua. ¿É derivable en $x = 1$ para algún valor de a ?
 - b) Enunciado e interpretación xeométrica do teorema do valor medio do cálculo diferencial.

4. Calcula $\int_2^3 \frac{5x^3 - 3x + 1}{x^3 - x} dx$